

# Katera pot do fakultete je zares najhitrejša?

Timotej Knez

18. januar 2018

## 1. Uvod

Pot od doma do fakultete je zame najpogostejše prevožena pot, saj ji sledim prav vsak dan. Zaradi tega si želim to pot čimbolj optimizirati in s tem skrajšati čas, ki ga potrebujem, da pridem do fakultete. Če s tem uspem doseči, da grem lahko od doma le nekaj minut kasneje, lahko s tem dolgoročno prihranim veliko časa. Čeprav naloga obdela le en specifičen primer optimizacije poti pri vožnji s kolesom, lahko na isti način enostavno obdelamo tudi poljubno drugo pot ali celo drug primer časovne optimizacije vsakodnevnih opravil. S podobno analizo bi lahko na primer ugotovili, katere jedi moramo izbrati, da bo priprava kosila trajala najmanj časa.

## Opredelitev problema

Od doma do fakultete vsak dan potujem s kolesom. Tako lahko izberem več poti. Rad bi ugotovil, katera od poti je v resnici najhitrejša, pri čemer pa me ne zanima samo povprečni čas, ki je potreben za pot, ampak predvsem, za katero pot je krajši čas, v katerem lahko s 95 odstotno gotovostjo trdim, da bom prišel do fakultete. Zaradi različnih standardnih odklonov časov je mogoče, da to ne bo pot, ki ima najkrajši povprečni čas. Rad bi ugotovil tudi, kako velik vpliv ima hitrost vožnje na čas, ki ga potrebujem, saj sumim, da malo hitrejša vožnja nima posebej velikega vpliva na čas potovanja, poleg tega pa ima druge negativne učinke, kot so prepotenost in povečanje nevarnosti.

S problemom skrajšanja časa potovanja se spopadamo dnevno, zato se je s podobno temo ukvarjalo že veliko raziskovalcev. Primer projekta, kjer so se spopadli z optimizacijo prometa s pomočjo simulacije, je projekt z naslovom "Simulacija prometnih tokov"[6].

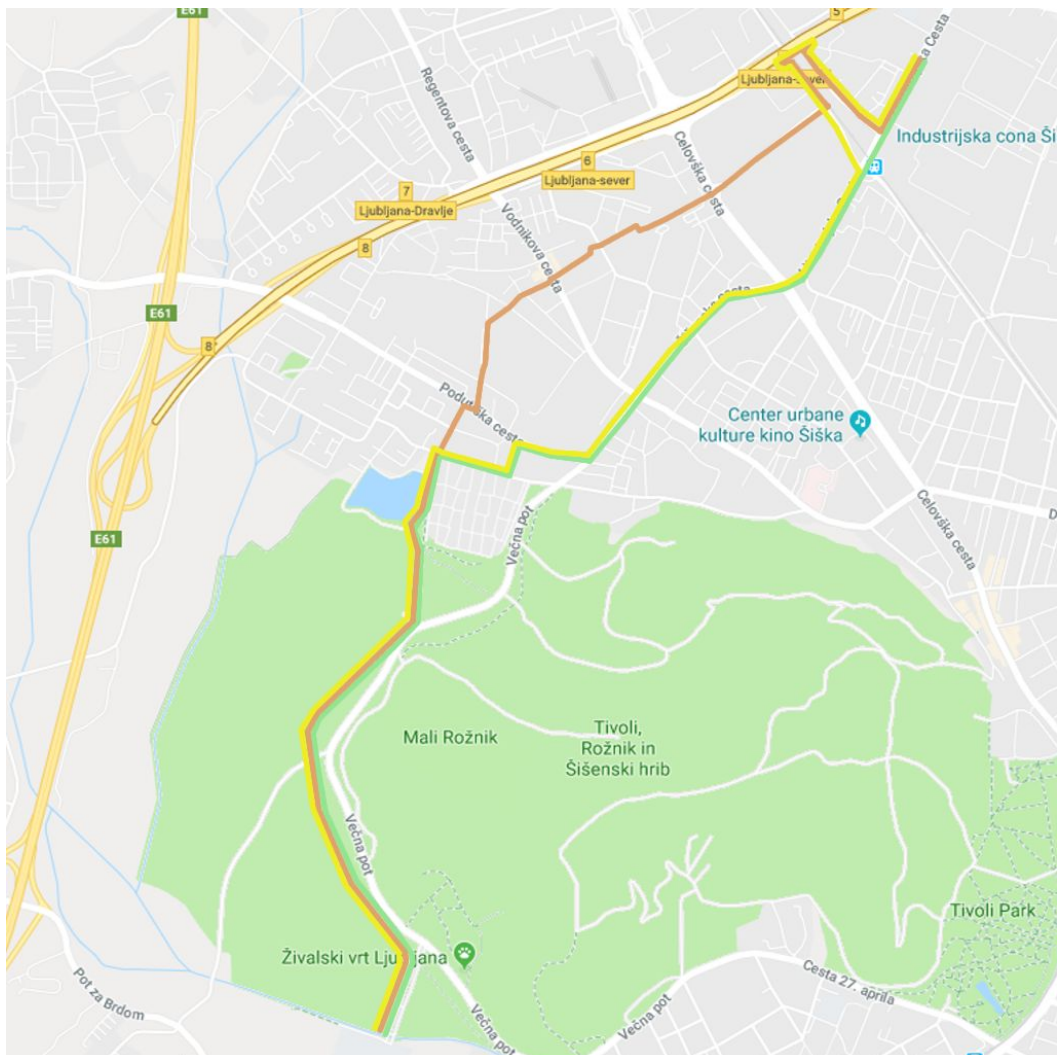
## Cilj projekta

Da bi ugotovili, katera pot je najhitrejša in kako je hitrost povezana s časom poti, bomo naredili program za simulacijo kolesarjenja po poteh, ki nas zanimajo. Z njim bomo lahko dobili zelo velik vzorec podatkov o trajanju voženj po danih poteh. Tako bomo lahko z analizo podatkov odgovorili na zastavljena vprašanja.

## Organizacija projekta

V začetku bomo na kratko predstavili poti, ki se mi zdijo najboljši kandidati za najhitrejšo pot, saj bomo te poti v nadaljevanju obdelovali. Nato se bomo posvetili zbiranju podatkov, ki jih potrebujemo za izdelavo programa za simulacijo. Zbrali bomo podatke o hitrosti vožnje, trajanjih rdečih in zelenih luči, pogostosti vlakov in pospeške ob speljevanju in zaviranju. Ko bomo imeli potrebne podatke, bomo izdelali računalniški model vožnje, s katerim bomo lahko generirali velik vzorec časov trajanj za analizo. Sledi analiza podatkov in določitev najhitrejše poti, v zadnjem delu pa bomo poiskali še povezavo med hitrostjo in časom vožnje.

## 2. Predstavitev poti



Slika 1: Zemljevid vseh obravnavanih poti [10]

| Pot    | Dolžina [km] | Barva   | Opis poti                          |
|--------|--------------|---------|------------------------------------|
| Prva   | 4,34         | zelena  | Sledi večjim cestam                |
| Druga  | 4,84         | oranžna | Sledi sprehajalnim potem           |
| Tretja | 5,15         | rumena  | Izogne se vlaku in enemu semaforju |

Tabela 1: podatki o poteh

**Prva pot:** Prva pot se drži večjih cest. Dolga je 4,34 km, na zgornjem zemljevidu pa je označena z zeleno barvo.

**Druga pot:** sledi manjšim sprehajalnim potem, kar pomeni, da je manj odvisna od prometa, vendar pa je hitrost vožnje na teh poteh v splošnem počasnejša kot na cestah. Dolga je 4,84 km, na zemljevidu pa je označena z oranžno barvo.

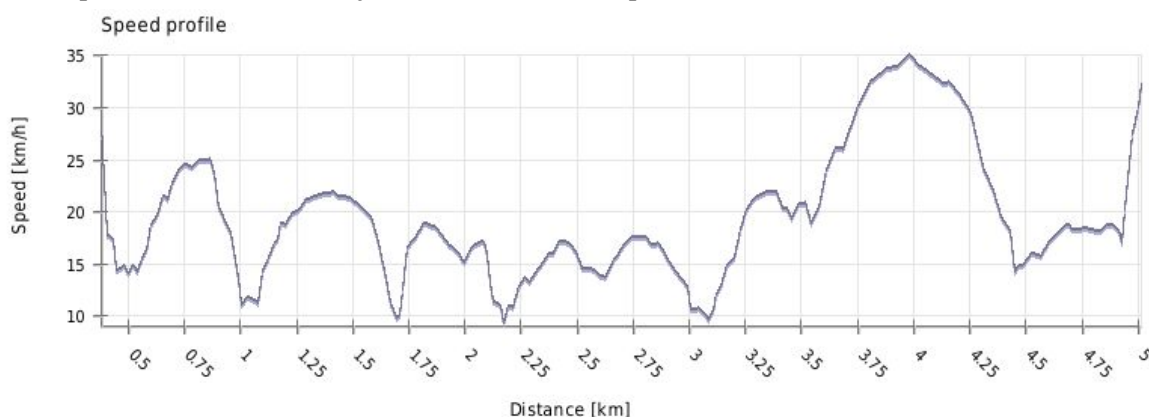
**Tretja pot:** na začetku sledi drugi in se s tem izogne prečkanju železnice ter enemu od semaforjev, nato pa se pridruži prvi. Dolga je 5,15 km, na zemljevidu pa je označena z rumeno barvo.

### 3. Zbiranje podatkov

Trajanje različnih poti bomo določili z uporabo programa, ki bo simuliral vožnjo s kolesom po teh poteh. Za izdelavo takega programa najprej potrebujemo podatke o več parametrih, ki vplivajo na trajanje vožnje. Izdelava podobnega programa je opisana v projektu "Simulation of coordinated traffic light control using model predictive control" [8] univerze v Amsterdamu. Pri tem projektu so iskali način za zagotavljanje največje pretočnosti prometa skozi sistem križišč, za kar so potrebovali program za simulacijo prometa. Tudi v tem projektu gre za simulacijo prometa na konkretnih cestah in križiščih, naš primer pa je nekoliko enostavnejši, saj nam za kolesarjenje v križišču ni potrebno simulirati čakanja v vrsti, prav tako pa v našem primeru ni potrebno simulirati poteka in razvrščanja prometa v križišču, kot je na primer čakanje nasproti vozečih vozil ob levem zavijanju. Po drugi strani pa naš problem zajema veliko večje število križišč in železniški prehod. Prav tako v našem primeru ne privzamemo konstantne hitrosti vožnje.

#### Hitrost vožnje po poti

Prvi podatek, ki ga potrebujemo za simulacijo, je hitrost vožnje po tej poti. Ta je zelo odvisna od poti in je eden od ključnih dejavnikov, ki določajo čas vožnje. Ker hitrost vožnje ni konstantna po celi poti, jo razdelimo na kratke dele in za vsakega posebej določimo hitrost, ki jo običajno dosežem na njem. Podatke o hitrosti vožnje na posameznih delih poti sem dobil tako, da sem z uporabo GPS tehnologije posnel več primerov vožnje po vsaki od poti. Podatke o hitrosti sem kasneje analiziral in določil pričakovano hitrost in njen odklon za vsak del poti.



Slika 2: Primer grafa hitrosti v odvisnosti od razdalje

Hitrost sem posnel s pomočjo aplikacije Endomondo, nato pa sem podatke izvozil na spletni strani uTrack [9] in JaVaWa GPS-tools[11], ki sta mi omogočili bolj natančno analizo.

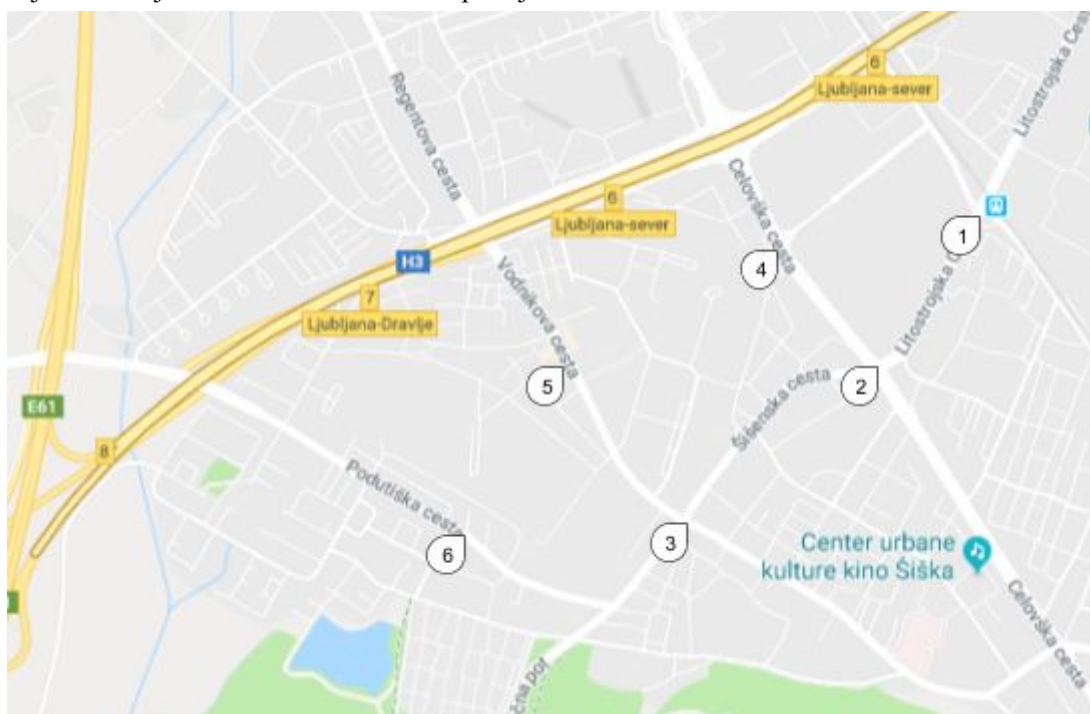
#### Trajanje rdečih in zelenih luči na semaforjih

Na skupno povprečno hitrost vožnje brez dvoma močno vplivajo tudi semaforji, zato potrebujemo podatke tudi o teh. Te podatke sem zbral tako, da sem šel do vsakega semaforja, ki se pojavi na poti in izmeril, koliko časa trajata rdeča in zelena luč. Opazoval sem tudi, ali so morda nekateri semaforji usklajeni med sabo. Izkazalo se je, da sta med seboj povezana oba semaforja na Celovski cesti, ki pa ju nikoli ne prečkam na isti poti, zaradi česar ta povezava ne vpliva na čas moje poti. Časi celotnih ciklov vseh ostalih semaforjev pa so različni med sabo in zato ne morejo biti usklajeni. Čase semaforjev predstavimo v spodnji tabeli.

| SEMAFOR   | ČAS RDEČE LUČI [s] | ČAS ZELENE LUČI [s] |
|-----------|--------------------|---------------------|
| Semafor 1 | 70                 | 20                  |
| Semafor 2 | 108                | 15                  |
| Semafor 3 | 43                 | 17                  |
| Semafor 4 | 108                | 15                  |
| Semafor 5 | 77                 | 12                  |
| Semafor 6 | 62                 | 8                   |

Tabela 2: Časi trajanja zelene in rdeče luči na semaforjih

Položaje semaforjev v tabeli označimo na spodnji sliki.



Slika 3: Zemljevid lokacij semaforjev [10]

## Pogostost vlakov

Ena od poti prečka tudi železniško progo, zato potrebujemo tudi podatke o pogostosti prihoda vlakov na ta prehod. Podatke o potniških vlakih, ki prečkajo ta prehod, je enostavno dobiti kar iz voznega reda Slovenskih železnic [7], medtem ko podatkov o tovornih vlakih nisem uspel najti. Zato sem si začel zapisovati, koliko potniških in koliko tovornih vlakov sem videl na tej progi, iz česar lahko izračunamo razmerje med njimi. V nekaj tednih zapisovanja sem videl 17 potniških in 16 tovornih vlakov. Izračunamo krajišči intervala zaupanja za delež potniških vlakov pri 10% tveganju z uporabo enačbe[3]:

$$p \pm z_{\alpha} \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

V enačbi  $p = 17/33$  predstavlja verjetnost, da je naključni vlak potniški,  $q$  predstavlja verjetnost, da je naključni vlak tovorni, in ima vrednost  $q = 1 - p = 16/33$ ,  $\alpha = 0,1$  predstavlja stopnjo tveganja,  $z_{\alpha/2} = 1,645$  pa predstavlja vrednost, za katero velja, da je na krivulji gostote normalne porazdelitve desno od nje površina  $\alpha/2$ . Izračunamo, da je delež potniških vlakov na intervalu  $[0,37, 0,66]$ . Glede na dobljeni interval lahko rečemo, da je približno polovica vseh vlakov na tej progi potniških. Da bomo lahko izračunali število vseh vlakov, bomo v nadaljevanju za delež potniških vlakov upoštevali  $1/2$ . Iz voznega reda Slovenskih železnic [7] vidimo, da v času, ko grem ponavadi na fakulteto (med 7:30 in 10:30), prehod prečka 8 potniških vlakov. Če upoštevamo, da je  $1/2$  vlakov na tej progi potniških, lahko rečemo, da je vseh vlakov v tem časovnem intervalu 16. Torej je povprečni čas med dvema vlakoma približno 11 minut. Potrebujemo tudi podatek, koliko časa so zapornice spuščene, ko pride mimo vlak. Ta podatek sem dobil tako, da sem preprosto izmeril nekaj časov, ko so bile zapornice spuščene, in ugotovil, da so v povprečju spuščene približno 1,5 minut.

### Pospešek pri speljevanju in zaviranju

Potrebujemo tudi podatke o pospeških ob speljevanju in ustavljanju. Pospešek pri speljevanju določimo z analizo podatkov o hitrosti na poti, ki smo jih uporabili že prej. Poiskal sem več točk na grafih, kjer sem opazil speljevanje in izmeril, koliko časa traja, da dosežem končno hitrost in kako visoka je ta hitrost. S temi podatki lahko enostavno izračunamo pospešek ob speljevanju. Izmeril sem tudi razdaljo od semaforja, na kateri začnem običajno zavirati, če je na semaforju rdeča luč. Pospešek pri zaviranju se v programu sproti računa na podlagi hitrosti in razdalje do točke, na kateri se je potrebno ustaviti.

## 4. Izdelava računalniškega modela vožnje

Ko imamo vse potrebne podatke, lahko začnemo izdelovati računalniški model vožnje. Želimo, da program upošteva čim več dejavnikov, ki vplivajo na hitrost vožnje in posledično na čas, ki ga potrebujem za pot. Prvi element, ki ga mora program upoštevati, je hitrost vožnje na posameznih delih poti. To program doseže tako, da s pospeškom, ki smo ga izmerili prej, pospešuje oziroma zavira do hitrosti, ki je določena za ta del poti. S tem ko upoštevamo pospeške, dobimo bolj realistično simulacijo vožnje, kot bi jo, če bi se hitrost v hipu spremenila na končno. Naslednji pomembni elementi so semaforji in vlak. Ko pri teh kolesar pride na določeno razdaljo, začne zavirati, če je semafor rdeč ali če je na prehodu čez železnico vlak. Zavira s pospeškom, ki je potreben, da se ustavi ravno do semaforja oziroma prehoda čez železnico. Če je ta pospešek prevelik, pomeni, da je bil kolesar v trenutku, ko se je prižgala rdeča luč, preblizu semaforja, da bi varno ustavil, in zato nadaljuje brez zaviranja. Upoštevamo tudi to, da začne ponovno pospeševati, če semafor med zaviranjem postane zelen ali če se odpre prehod čez železnico. Za razdaljo, na kateri začne kolesar zavirati, sem na podlagi zbranih podatkov določil 130 m. Intervale rdečih in zelenih luči na semaforjih smo določili že z merjenjem trajanja posameznih luči na teh semaforjih, medtem ko so pri vlakih intervali zapiranja zapornic nekoliko bolj nepredvidljivi. Odločil sem se, da bom čas med dvema vlakoma določil po eksponentni porazdelitvi s pričakovano vrednostjo 11 minut, ki smo jo določili prej. Tako naredimo program, ki lahko simulira kolesarjenje po dani poti in nam s tem da velik vzorec podatkov o trajanju posamezne poti.

## 5. Izbira najhitrejše poti

Primerjali bomo tri že prej opisane poti, ki se zdijo najbolj perspektivne. Odločil sem, da bom za vsako pot izvedel 100.000 simulacij, saj s tako velikim vzorcem dobim precej zanesljive podatke.

### Predstavitev podatkov

Za vsako pot izračunamo povprečni čas trajanja in njegov vzorčni odklon. Za to uporabimo naslednji formuli [1], kjer  $n = 100.000$  predstavlja število vzorcev,  $x_i$  pa predstavlja  $i$ -ti čas trajanja poti.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Izračunamo tudi intervale zaupanja za pričakovano vrednost pri  $\alpha = 5\%$  tveganju. Pri tem uporabimo formulo [1] :

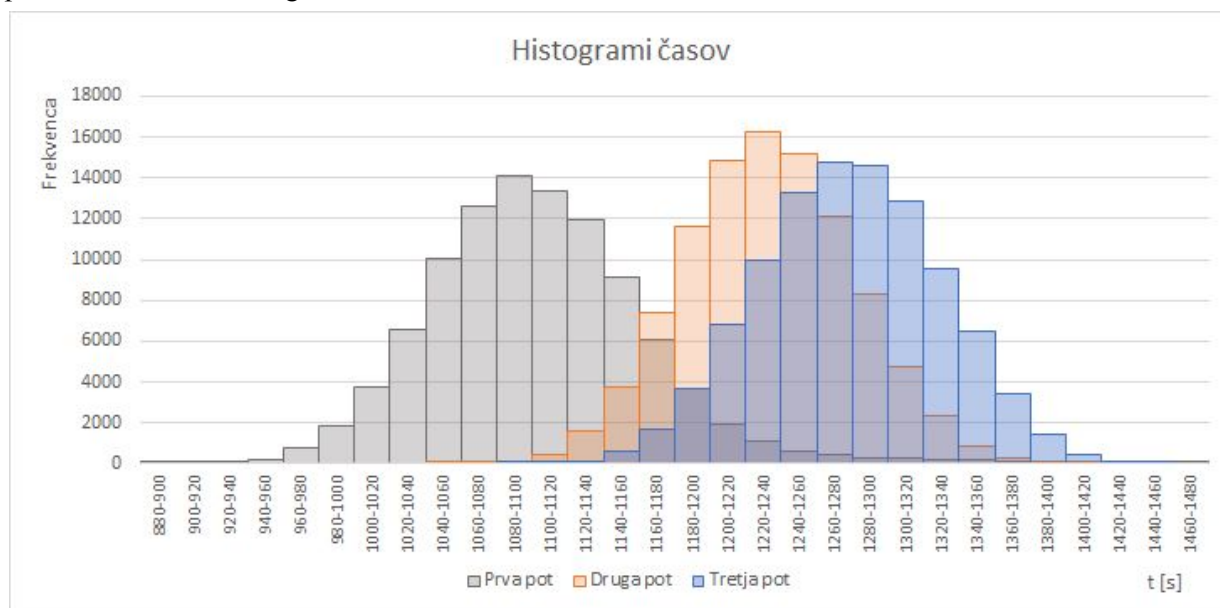
$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Podatke o poteh predstavimo v spodnji tabeli:

|            | povprečni čas          | vzorčni odklon časov | Interval zaupanja za pričakovani čas |
|------------|------------------------|----------------------|--------------------------------------|
| Prva pot   | 1103,3 s (18 min 23 s) | 64,7 s               | [1102`8, 1103`7]                     |
| Druga pot  | 1231,6 s (20 min 32 s) | 47,3 s               | [1231`3, 1231`9]                     |
| Tretja pot | 1277,1 s (21 min 17 s) | 50,8 s               | [1276`8, 1277`4]                     |

Tabela 3: Pričakovana vrednost časov

Podatke predstavimo s histogramom. Čase sem razdelil v razrede, široke 20 sekund, in jih za lažjo predstavo združil na en graf.



Slika 4: Histogrami časov za vse tri poti

## Preverjanje domneve o normalni porazdelitvi časov

Ko pogledamo zgornje histograme, opazimo, da močno spominjajo na normalno porazdelitev. Tako postavimo domnevo, da so časi porazdeljeni s porazdelitvijo  $N(\mu, \sigma)$ . To domnevo preverimo s hi kvadrat testom. Za test uporabimo statistiko[2]

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - f'_i)^2}{f'_i},$$

kjer je  $f_i$  izmerjeno število vzorcev v danem razredu,  $f'_i$  pa teoretično izračunano število vzorcev v istem razredu, če bi se vzorci porazdelili normalno. Slednjo lahko izračunamo s formulo

$$f'_i = n * \left( \Phi\left(\frac{b - \bar{x}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - \bar{x}}{\sigma}\right) \right),$$

kjer je  $n$  = velikost celotnega vzorca,  $a$  = spodnja meja razreda,  $b$  = zgornja meja razreda, oznaka  $\Phi$  pa označuje funkcijo napake, ki je premaknjena porazdelitvena funkcija slučajne spremenljivke  $X \sim N(0, 1)$ .

Testna statistika se porazdeli po  $\chi^2$  s  $k - 1$  prostostnimi stopnjami, kjer je  $k$  enak številu razredov, v katere smo razdelili podatke. Domnevo preverimo pri  $\alpha = 5\%$  stopnji značilnosti. Pri tem sta ničelna in alternativna domneva

$$H_0 : \chi^2 = 0 \quad \text{in} \quad H_a : \chi^2 \neq 0,$$

kritična vrednost pa je enaka

$$\chi^2_{1-\alpha}(k-1) = \chi^2_{0,95}(29) = 42,6.$$

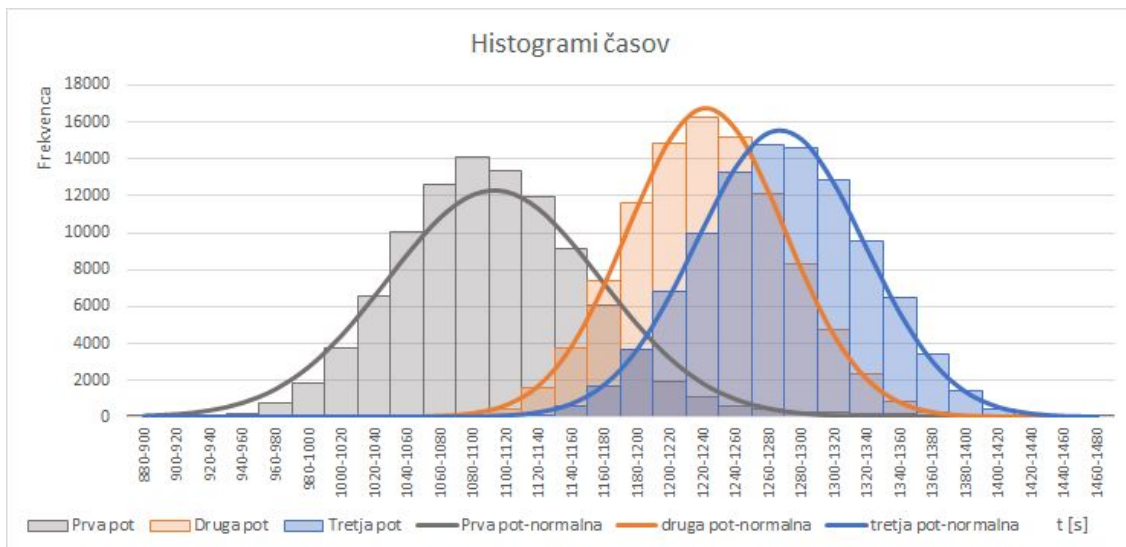
Sedaj lahko izračunamo testno statistiko za vse poti in rezultate predstavimo v tabeli.

|                            | Prva pot | Druga pot | Tretja pot |
|----------------------------|----------|-----------|------------|
| Vrednost testne statistike | 3959     | 277       | 431        |

Tabela 4: Vrednosti testnih statistik za preverjanje normalnosti porazdelitve

Pri vseh treh poteh je kritična vrednost enaka, kar pomeni, da lahko domnevo o normalni porazdelitvi časov za vse zavrnemo, saj so testne statistike v kritičnem območju. Na ta način ugotovimo, da se pri nobeni poti časi ne porazdeljujejo povsem normalno. Izračunane normalne porazdelitve lahko dodamo še na histograme in tako bolje vidimo, kako dobro se krivulje prilegajo podatkom.





Slika 5: Histogrami časov s prikazanimi pričakovanimi normalnimi porazdelitvami

Opazimo, da se podatki prve poti močno razlikujejo od pričakovane krivulje, kar je verjetno posledica tega, da so nekateri časi pri tej poti precej večji od povprečja, zaradi česar porazdelitev ni povsem simetrična. Izračunamo lahko tudi koeficient asimetrije po formuli [2]:

$$A(X) = \frac{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right)^{3/2}}$$

|               | Prva pot | Druga pot | Tretja pot |
|---------------|----------|-----------|------------|
| Asimetričnost | 1,48     | 0,07      | -0,01      |

Tabela 5: Asimetričnost razporeditve časov

Če upoštevamo, da ima simetrična porazdelitev asimetričnost enako 0, vidimo, da je prva pot res precej bolj asimetrična od ostalih dveh, kar potrjuje, da je bolj oddaljena od normalne porazdelitve.

## Določanje najhitrejše poti

To nas pripelje do prvotnega vprašanja, katera pot je torej najhitrejša. Na to vprašanje lahko enostavno odgovorimo tako, da pogledamo, katera od poti v povprečju zahteva najmanj časa. Povprečne čase smo že izračunali, zato hitro ugotovimo, da je vrstni red naslednji:

1. Prva pot:  $\mu = 1103 \text{ s}$  (18 minut in 23 sekund)
2. Druga pot:  $\mu = 1232 \text{ s}$  (20 minut in 32 sekund)
3. Tretja pot:  $\mu = 1277 \text{ s}$  (21 minut in 17 sekund)

Mnogo bolj zanimivo primerjavo pa naredimo, če namesto povprečnih časov vzamemo čas, za katerega lahko z 95% gotovostjo trdimo, da bo pot trajala manj kot toliko časa. Ta primerjava je smiselna, ker s tem podatkom lahko določimo, kdaj se je potrebno odpraviti na pot, če želimo biti 95% prepričani, da ne bomo zamudili. Ker ne poznamo porazdelitve, po kateri se porazdeljujejo časi, je ta čas najbolj enostavno poiskati tako, da določimo 95. centil. Tega najlažje poiščemo, če vse čase, ki smo jih dobili, uredimo po vrsti in gledamo podatek na mestu  $n * 0,95$ , kjer je  $n$  število podatkov.

V našem primeru gledamo 95.000. podatek. Tako dobimo naslednji vrstni red:



1. Prva pot:  $x_{0,95} = 1204 \text{ s}$  (20 minut in 4 sekunde)
2. Druga pot:  $x_{0,95} = 1311 \text{ s}$  (21 minut in 51 sekund)
3. Tretja pot:  $x_{0,95} = 1361 \text{ s}$  (22 minut in 41 sekund)

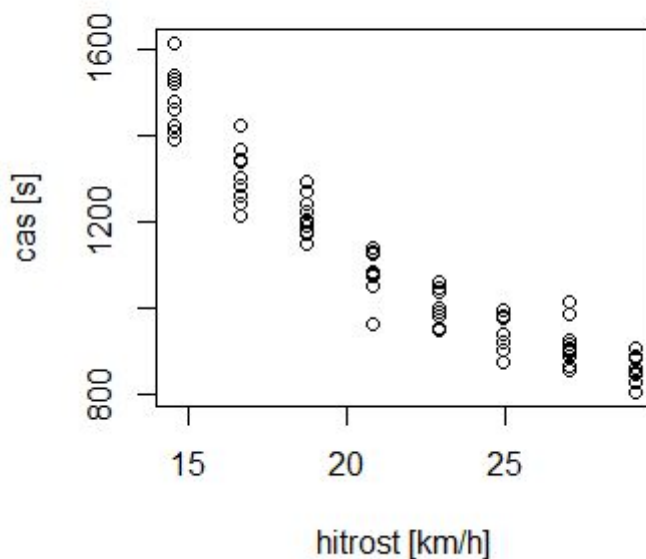
Vrstni red poti je enak, kot ko smo opazovali povprečje časov, vendar opazimo, da se časa druge in tretje poti približata času prve. Tako se pojavi ideja, da morda obstaja verjetnost, pri kateri se vrstni red zamenja. Ko to preverimo, ugotovimo, da druga pot prehiti prvo, če je verjetnost, s katero želimo biti točni, večja od 99,3%, tretja pa prehiti prvo, če je verjetnost večja od 99,6%. Če gledamo kvantil reda 0,999, je tako vrstni red:

1. Druga pot:  $x_{0,999} = 1375 \text{ s}$  (22 minut in 55sekund)
2. Tretja pot:  $x_{0,999} = 1423 \text{ s}$  (23 minut in 43 sekund)
3. Prva pot:  $x_{0,999} = 1527 \text{ s}$  (25 minut in 27 sekund)

Kljub temu lahko zaključimo, da je prva pot najhitrejša pod pogoji, ki smo jih določili na začetku. Sprememba vrstnega reda trajanj poti pri povečanju verjetnosti za pravočasen prihod pa je vseeno zanimiva posledica občasnega dolgega čakanja pred železniško progo.

## 6. Povezava med hitrostjo vožnje in časom prihoda

Ko smo ugotovili, katera pot je najhitrejša, nas zanima še, koliko na čas vožnje v resnici vpliva hitrost vožnje in pospeševanja. Da lahko to ugotovimo, sem v program za simulacijo vožnje dodal še možnost za nastavljanje vrednosti, s katero se pomnožijo vse hitrosti in pospeški na poti. Tako lahko simuliramo vožnjo, ki bi jo dosegli z močnejšim ali šibkejšim poganjanjem. Čase bomo merili na prvi poti, saj je ta izbrana kot najhitrejša. Rezultate predstavimo v obliki razsevnega diagrama.



Slika 6: Razsewni diagram časov v odvisnosti od hitrosti

Najprej preverimo, ali obstaja linearna odvisnost med hitrostjo in časom, potrebnim za pot. To naredimo tako, da postavimo domnevo, da čas in hitrost nista linearno povezana in poskusimo to domnevo ovreči pri 5% stopnji značilnosti.

Najprej izračunamo Pearsonov koeficient korelacije [1]. V našem primeru  $x$  predstavlja povprečno končno hitrost vožnje,  $y$  pa čas vožnje.

$$\bar{x} = 21,8 \quad \bar{y} = 1100$$

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 * \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = -0,95$$

Vidimo, da je Pearsonov koeficient korelacije blizu -1, kar nakazuje na to, da sta vrednosti med sabo povezani. Sedaj lahko poskusimo zavreči domnevo, da je koeficient korelacije enak 0, in s tem potrdimo povezavo med njima.

$$H_0 : \rho = 0 \quad H_a : \rho \neq 0$$

$$TS = \frac{r_{XY} * \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{XY}^2}} = -26,9$$

Testna statistika[1] se porazdeljuje po Studentovi porazdelitvi in tako dobimo kritično območje

$$\pm t_{\alpha/2}(n-2) = \pm t_{0,025}(78) = \pm 1,99.$$

Testna statistika je v kritičnem območju, zato lahko zavrnemo hipotezo, da med hitrostjo in časom ni linearne odvisnosti.

Naslednji korak je, da poiščemo linearno odvisnost. Regresijska premica bo imela obliko

$$\hat{Y} = a + bX,$$

kjer sta  $a$  in  $b$ :

$$b = \frac{c_{xy}}{c_x^2} \quad \text{in} \quad a = \bar{Y} - b\bar{X}, \text{ pri čemer je}$$

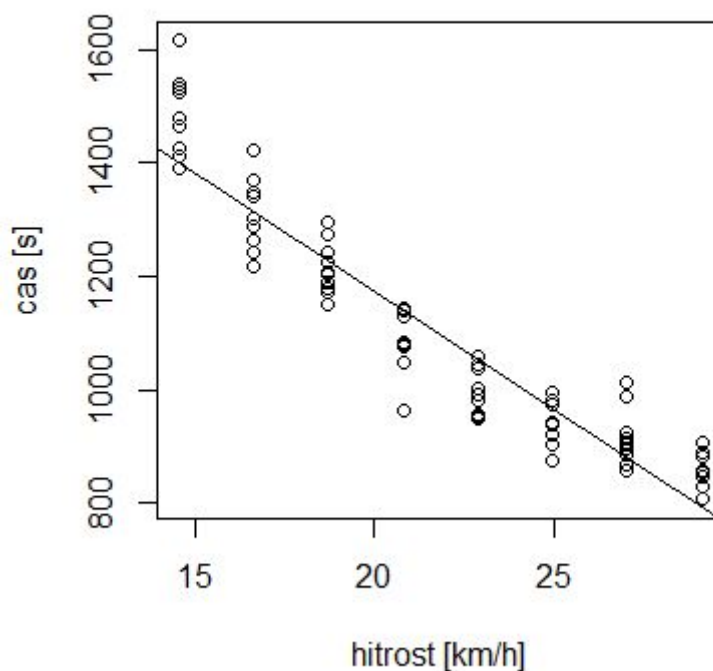
$$C_x^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 1817 \quad \text{in} \quad C_{xy} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = -75688$$

$$b = -42 \quad a = 2010$$

Premica, ki jo tako dobimo, je

$$Y = 2010 - 42 * X.$$

Regresijsko premico lahko dodamo še na razsevni diagram in vizualno preverimo, ali se res prilega podatkom.



Slika 7: Razsevni diagram z narisano regresijsko premico

Sedaj vidimo, da se, če končno hitrost vožnje iz 20 km/h povečam na 25 km/h, čas zmanjša iz 19,5 minut na 16 minut, kar pomeni, da je z malenkost hitrejšo vožnjo v resnici mogoče znatno zmanjšati čas potovanja.

## 7. Zaključek

Preučili smo tri kandidate za najhitrejšo pot do fakultete in ugotovili, da je prva pot pod pogoji, ki smo jih določili, najhitrejša, kar se sklada tudi z mojimi pričakovanji. Prišli smo tudi do več presenetljivih ugotovitev. Najbolj me je presenetilo, da smo ugotovili, da se časi poti ne razporejajo povsem normalno, saj sem bil ob pogledu na histograme prepričan, da je prikazana porazdelitev normalna. Verjetno bi se normalni porazdelitvi približali, če bi bile simulacije poti sestavljene iz še več med seboj neodvisnih naključnih dejavnikov. Druga presenetljiva ugotovitev je bila, da se ob povečanju gotovosti, s katero želimo biti točni, vrstni red poti spremeni, kar pomeni, da nobena pot ni absolutno najhitrejša. Ugotovili smo tudi, da sta hitrost vožnje in trajanje poti linearno povezani in da je mogoče z malo hitrejšo vožnjo opazno skrajšati čas potovanja. Če grem torej od doma kakšno minuto prepozno, je še vedno mogoče prispeti pravočasno, če vozim nekoliko hitreje.

## 8. Viri

- [1] Jamnik R. Matematična statistika, Državna založba Slovenije, Ljubljana, 1980.
- [2] (2012) Encyclopedia of Mathematics. Dostopno na: [www.encyclopediaofmath.org](http://www.encyclopediaofmath.org)
- [3] (2018) Statistical Concepts and Reasoning Dostopno na: <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat100/node/56>
- [4] Jurišić A. Verjetnostni račun in statistika, zapiski, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, 2017.

- [5] (2010) Momenti porazdelitev. Dostopno na:  
<http://km.fgg.uni-lj.si/PREDMETI/sei/Momenti%20porazdelitev.PDF>
- [6] Omahen A. Simulacija prometnih tokov, Diplomsko delo, FRI, 2015. Dostopno na:  
[http://eprints.fri.uni-lj.si/3009/1/63100156-ANDRA%C5%BD\\_OMAHEN-Simulacija\\_prometnih\\_tokov.pdf](http://eprints.fri.uni-lj.si/3009/1/63100156-ANDRA%C5%BD_OMAHEN-Simulacija_prometnih_tokov.pdf)
- [7] (2017) Vozni red slovenskih železnic. Dostopno na:  
[http://www.slo-zeleznice.si/images/Potniski\\_fotografije/potniski\\_pdf/vozni-red-2017-2018/03\\_ljubljana\\_jesenice.pdf](http://www.slo-zeleznice.si/images/Potniski_fotografije/potniski_pdf/vozni-red-2017-2018/03_ljubljana_jesenice.pdf)
- [8] Simulation of coordinated traffic light control using model predictive control, Vrije Universiteit Amsterdam, 2012. (<http://www.math.vu.nl/~sbhulai/papers/paper-kooistra.pdf>)
- [9] (2017) uTrack - online GPX track report generator. Dostopno na: <http://utrack.crempa.net/>
- [10] (2018) Google Zemljevidi. Dostopno na: <http://maps.google.com/>
- [11] (2018) JaVaWa GPS-tools | Track Analyser. Dostopno na:  
[http://www.javawa.nl/analyser\\_en.html](http://www.javawa.nl/analyser_en.html)